Canguru Matemático sem Fronteiras 2025

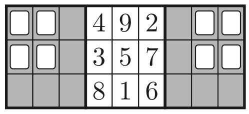
Categoria: Júnior Duração: 1h 30min
Destinatários: alunos dos 10.º e 11.º anos de escolaridade

Nome: ______________________ Turma: __________

Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada resposta correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada resposta errada és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. O Miguel tem um folheto desdobrável, como mostra a figura ao lado. Este folheto está dividido em três partes, com números na parte central e janelas transparentes nas partes laterais. Qual é a soma dos números visíveis através das janelas quando ambas as partes laterais estão fechadas?

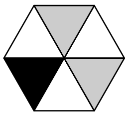
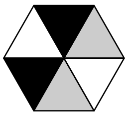
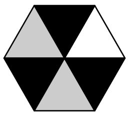
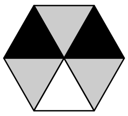
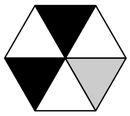


(A) 7 **(B)** 9 **(C)** 12 **(D)** 14 **(E)** 15

2. A base de um triângulo aumenta em 50% e a sua altura diminui em um terço. Qual é a razão entre a área do novo triângulo e a do triângulo original?

(A) 2:1 **(B)** 1:1 **(C)** 1:2 **(D)** 1:3 **(E)** 1:4

3. Em qual dos seguintes hexágonos regulares é que exatamente um terço da área é preta e exatamente metade da área é branca?

(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

4. O Dia do Canguru tem lugar todos os anos na terceira quinta-feira de março. Qual é o primeiro dia de março possível para o Dia do Canguru?

(A) 14 de março **(B)** 15 de março **(C)** 20 de março **(D)** 21 de março **(E)** 22 de março

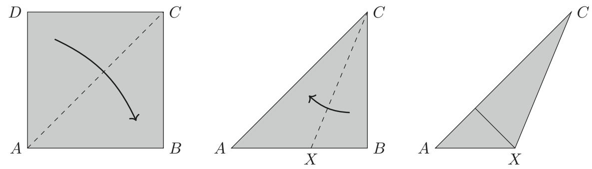
5. Uma receita leva 1 chávena de arroz e $1\frac{1}{2}$ chávenas de água. O Roberto quer usar $1\frac{1}{2}$ chávenas de arroz. De quantas chávenas de água precisa?

(A) 1 **(B)** $1\frac{1}{4}$ **(C)** $1\frac{3}{4}$ **(D)** $2\frac{1}{4}$ **(E)** $2\frac{1}{2}$

6. A Lisa tem quatro peças de madeira em forma de algarismos. Ela pode usá-las para formar o número 2025, como ilustrado na figura ao lado. Quantos números diferentes maiores que 2025 ela pode formar com essas peças?

(A) 3 **(B)** 6 **(C)** 8 **(D)** 9 **(E)** 11

7. O Alexandre dobra um quadrado de papel ao meio ao longo de uma diagonal, de modo a formar um triângulo. De seguida, dobra novamente o papel de modo a que um dos catetos se sobreponha à hipotenusa, formando o triângulo mais pequeno $[AXC]$, como se mostra na figura ao lado.
Qual é a amplitude de $\angle CXA$?



(**A**) $108°$ (**B**) $112,5°$ (**C**) $120°$ (**D**) $145°$ (**E**) $157,5°$

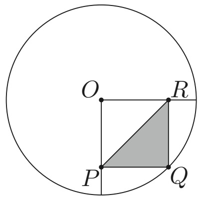
8. O número de quatro algarismos 80□□ tem os dois últimos algarismos tapados. O número é divisível por 8 e por 9. Qual é o produto destes dois algarismos que estão tapados?

(**A**) 6 (**B**) 16 (**C**) 20 (**D**) 24 (**E**) 48

9. O Lucas tem alguns cães, alguns coelhos e alguns gatos. Oito dos seus animais de estimação não são cães. Cinco dos seus animais de estimação não são coelhos. Sete dos seus animais de estimação não são gatos. Quantos animais de estimação tem o Lucas?

(**A**) 10 (**B**) 11 (**C**) 15 (**D**) 16 (**E**) 20

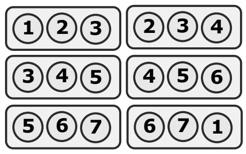
10. Mostra-se na figura ao lado uma circunferência de centro O e com 10 cm de raio. É desenhado um quadrado $[OPQR]$ no interior da circunferência, sendo Q um ponto da mesma. Qual é a área do triângulo sombreado $[PQR]$?



(**A**) $12,5 \text{ cm}^2$ (**B**) 25 cm^2 (**C**) 50 cm^2 (**D**) 75 cm^2 (**E**) 100 cm^2

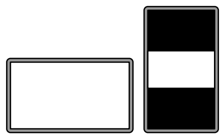
Problemas de 4 pontos

11. Um atleta tem uma coleção de duas medalhas de ouro e cinco de prata, estando estas numeradas de 1 a 7, por uma ordem qualquer. A figura mostra fotografias a preto e branco das medalhas. Sabe-se que, em cada fotografia, exatamente uma das medalhas é de ouro. Qual é a soma dos números das duas medalhas de ouro?



(**A**) 7 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 10 (**E**) 11

12. A Ana olha para uma fotografia no seu telemóvel. O formato é $16 : 9$ e preenche todo o ecrã. Quando ela vira o telemóvel, a imagem fica mais pequena. Que fração da área do ecrã é ocupada pela imagem menor?

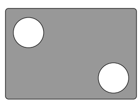


(**A**) $\dfrac{3}{4}$ (**B**) $\dfrac{9}{16}$ (**C**) $\dfrac{27}{64}$ (**D**) $\dfrac{32}{81}$ (**E**) $\dfrac{81}{256}$

13. A Cátia e o Tomás estão hoje a celebrar o seu aniversário. O Tomás repara que $\frac{1}{19}$ da idade da Cátia é igual a $\frac{1}{17}$ da sua idade. A soma das suas idades é maior que 40 e menor que 100. Quantos anos tem a Cátia?

(**A**) 19 (**B**) 34 (**C**) 38 (**D**) 57 (**E**) 76

14. O Paulo dispara um total de 27 tiros para dois alvos. Ele acerta em 50% dos tiros que aponta para o alvo superior esquerdo e em 80% dos tiros que aponta para o alvo inferior direito. Falha um total de 9 tiros. Quantas vezes é que ele apontou e acertou no alvo superior esquerdo?

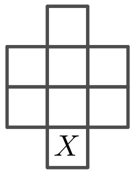


(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 8

15. A Sara tem um saco com 18 bolas, numeradas de 1 a 18. Qual é o menor número de bolas que a Sara deve retirar para garantir que retirou pelo menos três bolas com números primos?

(**A**) 11 (**B**) 12 (**C**) 13 (**D**) 14 (**E**) 15

16. O David quer colocar os números de 1 a 8 nas oito células do diagrama (ao lado), de modo a haver um número em cada uma. As células que partilham um vértice ou um lado não podem conter números consecutivos. Quais são os números que o David pode colocar na célula assinalada com X?

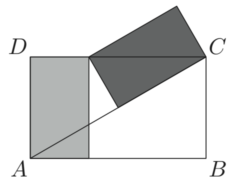


(**A**) 1 ou 8 (**B**) 2 ou 7 (**C**) 3 ou 6 (**D**) 4 ou 5
(**E**) 7 ou 8

17. O número inteiro N é o maior número inteiro de seis algarismos com o produto de todos os seus algarismos igual a 180. Qual é a soma de todos os algarismos de N?

(**A**) 21 (**B**) 22 (**C**) 23 (**D**) 24 (**E**) 25

18. Na figura ao lado, os dois retângulos sombreados são congruentes. Ambos os retângulos sombreados têm medida de área 4. Qual é a medida da área do retângulo $[ABCD]$?

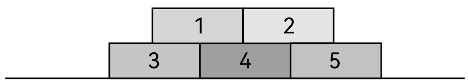


(**A**) 10 (**B**) $8\sqrt{3}$ (**C**) 8
(**D**) 12 (**E**) $4\sqrt{3}$

19. O produto de três números primos é 11 vezes a sua soma. Qual é o maior valor possível que a soma pode assumir?

(**A**) 14 (**B**) 17 (**C**) 21 (**D**) 25 (**E**) 26

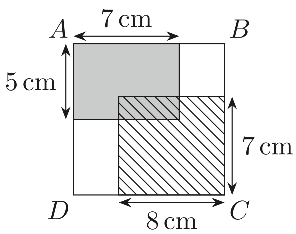
20. São colocados cinco tijolos no chão, como mostra a figura ao lado. O Pedro só pode retirar um tijolo se não houver nenhum tijolo em cima dele. Ele seleciona um dos tijolos disponíveis ao acaso e retira-o, repetindo o processo até retirar todos os tijolos. Qual é a probabilidade de o tijolo com o número 4 ser o terceiro tijolo a ser retirado?



(**A**) $\frac{1}{3}$ (**B**) $\frac{1}{4}$ (**C**) $\frac{1}{5}$ (**D**) $\frac{1}{6}$ (**E**) $\frac{1}{8}$

Problemas de 5 pontos

21. O quadrado $[ABCD]$ contém dois retângulos. Um é cinzento e o outro é às riscas, com as dimensões indicadas na figura ao lado (não à escala). A parte sobreposta dos dois retângulos tem 18 cm^2 de área. Qual é o perímetro de $[ABCD]$?



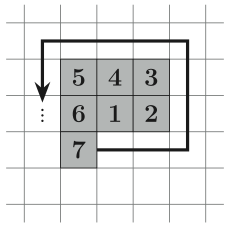
(**A**) 28 cm (**B**) 34 cm (**C**) 36 cm
(**D**) 38 cm (**E**) 40 cm

22. Um número inteiro de quatro algarismos $ABCD$ é multiplicado pelo seu algarismo das unidades D. O resultado é um outro número inteiro de quatro algarismos $DXYA$, que tem os algarismos das unidades e dos milhares do número inteiro original trocados. Quantos números inteiros de quatro algarismos $ABCD$ têm esta propriedade?

$$\begin{array}{r} A\ B\ C\ D \\ \times \qquad\quad D \\ \hline D\ X\ Y\ A \end{array}$$

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 9 (**D**) 10 (**E**) 11

23. O Daniel numera certos quadrados numa folha de papel quadriculado. Cada quadrado tem um comprimento lateral de $0,5$ cm. Começa com um quadrado e depois numera os quadrados $2, 3, 4, 5, \ldots$ no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, como se mostra na figura ao lado. Ele termina quando tiver numerado 2025 quadrados e olha para a forma composta por todos os quadrados numerados. Qual é o perímetro desta forma?

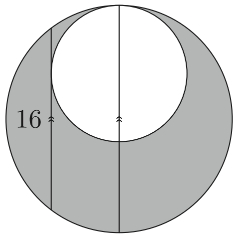


(**A**) 25 cm (**B**) 45 cm (**C**) 80 cm (**D**) 90 cm (**E**) 180 cm

24. O número inteiro $ABCDEF$ de seis algarismos é composto pelos algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, sem algarismos repetidos. O número de dois algarismos AB é múltiplo de 2, o número ABC de três algarismos é múltiplo de 3, o número $ABCD$ de quatro algarismos é múltiplo de 4, o número $ABCDE$ de cinco algarismos é múltiplo de 5 e o número inteiro $ABCDEF$ é múltiplo de 6. Qual é o sexto algarismo, F?

(**A**) 2 (**B**) 4 (**C**) 6
(**D**) Tanto pode ser o 2 como o 4 (**E**) Tanto pode ser o 4 como o 6

25. No diagrama, o diâmetro da circunferência interior é parte do diâmetro da circunferência exterior. A circunferência exterior tem uma corda com medida de comprimento 16, que é paralela ao seu diâmetro e tangente à circunferência interior. Qual é a medida da área da região sombreada?

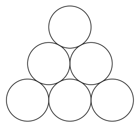


(**A**) 36π (**B**) 49π (**C**) 64π (**D**) 81π
(**E**) As informações fornecidas não são suficientes

26. A sequência de números $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_{10}$ é tal que, a partir do terceiro termo, cada termo é igual à média de todos os termos anteriores. Ou seja, a_3 é a média de a_1 e a_2, a_4 é a média de a_1, a_2 e a_3, e assim sucessivamente. Nesta sequência, $a_1 = 8$ e $a_{10} = 26$. Qual é o valor de a_2?

(**A**) 28 (**B**) 32 (**C**) 38 (**D**) 44 (**E**) 50

27. Seis círculos estão dispostos na forma de um triângulo, conforme ilustrado na figura. O João escreve os algarismos de 1 a 6 dentro dos círculos, de modo a que as somas dos números nos círculos de cada lado do triângulo sejam iguais. Em seguida, calcula a soma dos números dos três círculos nos vértices do triângulo. Quantos valores possíveis ele pode obter para esta soma?

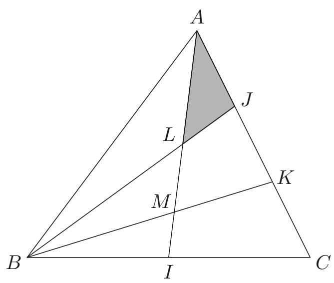


(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

28. Numa festa, há doze crianças, incluindo três pares de gémeos. De quantas maneiras se podem distribuir seis chapéus azuis e seis chapéus vermelhos pelas crianças, de modo a que, em cada par de gémeos, ambas as crianças usem chapéus da mesma cor?

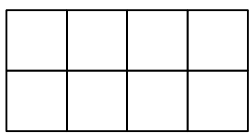
(**A**) 72 (**B**) 86 (**C**) 92 (**D**) 102 (**E**) 132

29. A medida da área do triângulo $[ABC]$ é 60. O ponto I é o ponto médio do lado $[BC]$, e os pontos J e K dividem o lado $[AC]$ em três segmentos de reta geometricamente iguais, como ilustrado na figura ao lado. O ponto L é a interseção de $[AI]$ e $[BJ]$. Qual é a medida da área do triângulo $[ALJ]$?



(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6
(**D**) 7 (**E**) 8

30. A Ana quer escrever os números de 1 a 8 nas células de uma grelha 2×4. O número em cada célula deve ser menor que o número na célula à sua direita e menor que o número na célula abaixo dela. De quantas maneiras diferentes pode a Ana preencher a grelha?



(**A**) 6 (**B**) 8 (**C**) 10 (**D**) 12 (**E**) 14