



Canguru Matemático sem Fronteiras 2013

<http://www.mat.uc.pt/canguru/>

Categoria: Júnior
Destinatários: alunos dos 10.º e 11.º anos de escolaridade

Duração: 1h 30min

Nome: _____ Turma: _____

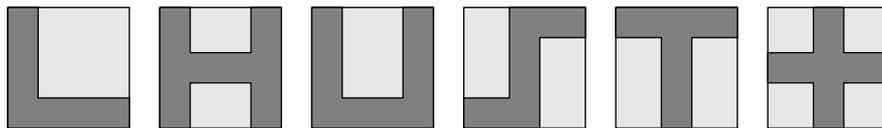
Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em $1/4$ dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. O número 200013 – 2013 não é divisível por

- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 11

2. A Maria desenhou seis quadrados geometricamente iguais e em cada um deles pintou uma região a cinzento escuro.



Quantas destas regiões têm perímetro igual ao perímetro de cada um dos quadrados?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

3. A Margarida comprou quatro espigas de milho para cada um dos quatro membros da sua família. Ela usufruiu do desconto indicado no placar.

Promoção
1 espiga - 20 cêntimos
Leve 6 espigas e pague 5

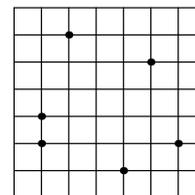
Quanto pagou a Margarida pelas espigas de milho?

- (A) 0,80 € (B) 1,20 € (C) 2,80 € (D) 3,20 € (E) 80 €

4. Três dos números 2, 4, 16, 25, 50 e 125 têm produto igual a 1000. Qual é a soma desses três números?

- (A) 70 (B) 77 (C) 131 (D) 143 (E) 145

5. Estão marcados seis pontos numa grelha quadrangular, com células de medidas 1×1 , como se mostra na figura. A Mariana quer escolher três dos pontos marcados para vértices de um triângulo. Qual é a menor área possível de um tal triângulo?

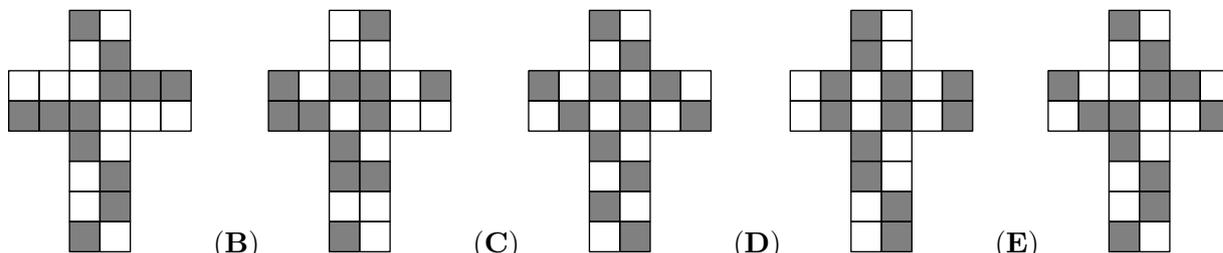
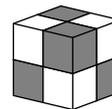


- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1 (E) 2

6. Qual das seguintes potências é o resultado da expressão numérica $4^{15} + 8^{10}$?

- (A) 2^{10} (B) 2^{15} (C) 2^{20} (D) 2^{30} (E) 2^{31}

7. As faces de um cubo foram pintadas com quadrados cinzentos e quadrados brancos, como mostra a figura, de tal forma que parece que o cubo foi construído usando cubos mais pequenos, cinzentos ou brancos. Qual das seguintes planificações pode representar o cubo da figura?

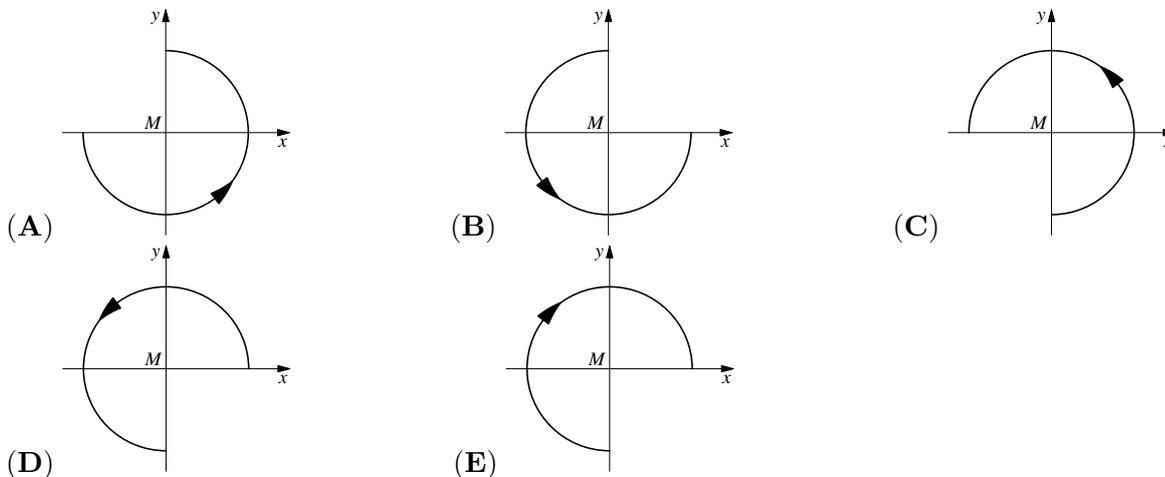
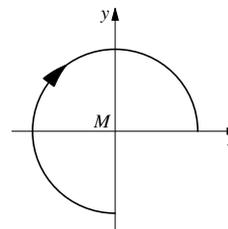


- (A) (B) (C) (D) (E)

8. O número n é o maior número natural tal que $4n$ é um número de três algarismos e m é o menor número natural tal que $4m$ é um número de três algarismos. Qual é o valor de $4n - 4m$?

- (A) 900 (B) 899 (C) 896 (D) 225 (E) 224

9. À figura, constituída por um arco de circunferência com centro M e uma seta, é aplicada uma rotação de 90° em torno de M no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, seguida de uma reflexão relativamente ao eixo das abcissas. Qual das seguintes figuras mostra o resultado final?

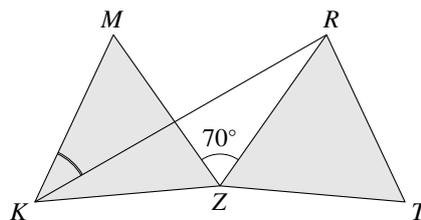


10. Qual das expressões numéricas tem maior valor?

- (A) $\sqrt{20} \times \sqrt{13}$ (B) $\sqrt{20} \times 13$ (C) $20 \times \sqrt{13}$ (D) $\sqrt{201} \times 3$ (E) $\sqrt{2013}$

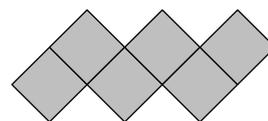
Problemas de 4 pontos

11. Na figura, o triângulo $[RZT]$ resulta do triângulo equilátero $[KZM]$ após uma rotação deste em torno do ponto Z , no sentido dos ponteiros do relógio. Qual é a medida da amplitude do $\angle RKM$?



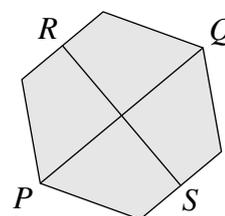
- (A) 20° (B) 25° (C) 30° (D) 35° (E) 40°

12. A partir de seis quadrados, cada um dos quais com 1 cm de lado, foi construída a forma em ziguezague representada na figura. Tal forma tem 14 cm de perímetro. Se a forma em ziguezague for continuada do mesmo modo, até que sejam usados 2013 quadrados, qual será o perímetro da forma assim obtida?



- (A) 2022 (B) 4028 (C) 4032 (D) 6038 (E) 8050

13. Os pontos P e Q são vértices opostos de um hexágono regular e os pontos R e S são os pontos médios de lados opostos do mesmo hexágono, como mostra a figura. A área do hexágono é 60 cm^2 . Qual é o produto de \overline{PQ} por \overline{RS} ?

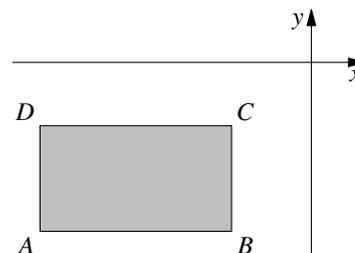


- (A) 40 cm^2 (B) 50 cm^2 (C) 60 cm^2 (D) 80 cm^2 (E) 100 cm^2

14. Uma turma fez uma prova de Matemática. Se cada rapaz da turma tivesse tido mais 3 pontos na prova, a nota média da turma teria aumentado em 1,2 pontos. Que percentagem da turma é constituída por raparigas?

- (A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50 (E) 60

15. O retângulo $[ABCD]$ tem lados paralelos aos eixos coordenados e está no terceiro quadrante, como mostra a figura. Para cada um dos pontos A , B , C e D calculou-se o quociente da ordenada pela respetiva abcissa. Qual dos pontos originou o menor valor calculado?



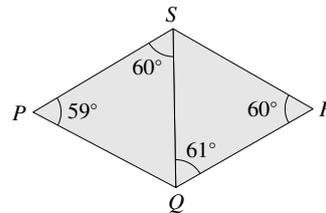
- (A) A (B) B (C) C (D) D
(E) Depende das dimensões do retângulo

16. Este ano, no seu aniversário, o João multiplicou (corretamente) a sua idade pela idade do seu filho e obteve o número 2013. Em que ano nasceu o João?

- (A) 1981 (B) 1982 (C) 1953 (D) 1952
(E) É necessária mais informação

© Canguru Matemático. Todos os direitos reservados. Este material pode ser reproduzido apenas com autorização do Canguru Matemático®

17. Conforme mostra a figura, $[PQS]$ e $[QRS]$ são triângulos tais que $\widehat{QPS} = 59^\circ$, $\widehat{PSQ} = 60^\circ$, $\widehat{RQS} = 61^\circ$ e $\widehat{SRQ} = 60^\circ$. Qual dos seguintes segmentos de reta tem maior comprimento?

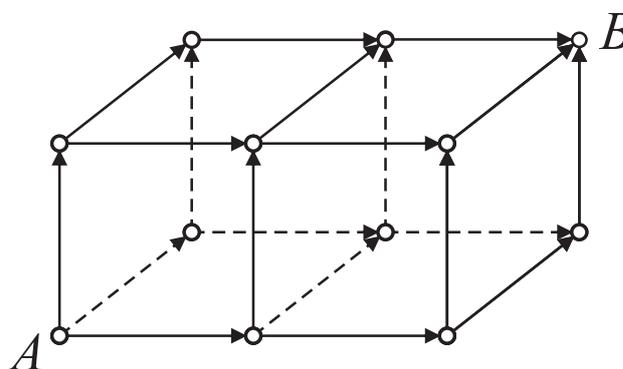


- (A) $[PS]$ (B) $[RS]$ (C) $[QS]$ (D) $[QR]$ (E) $[PQ]$

18. A Adriana está à procura de conjuntos com cinco números naturais consecutivos com a propriedade seguinte: a soma de três desses números é igual à soma dos outros dois. Quantos conjuntos diferentes pode ela encontrar?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

19. De acordo com a figura, de quantas maneiras diferentes se pode ir de A para B , seguindo somente ao longo das arestas e no sentido indicado pelas setas?



- (A) 6
(B) 8
(C) 9
(D) 12
(E) 15

20. O Gil está à procura de um número de seis algarismos tal que a soma dos seus algarismos seja um número par e o produto dos mesmos seja um número ímpar. Qual das seguintes afirmações sobre um tal número é verdadeira?

- (A) Dois ou quatro dos algarismos são números pares
(B) Não existe um tal número
(C) O número tem um número ímpar de algarismos ímpares
(D) Os seis algarismos podem ser todos diferentes
(E) Nenhuma das afirmações de (A) a (D) é verdadeira

Problemas de 5 pontos

21. O número $\frac{1}{1024000}$ é escrito na forma decimal com o menor número possível de algarismos. Quantos algarismos aparecem na parte decimal?

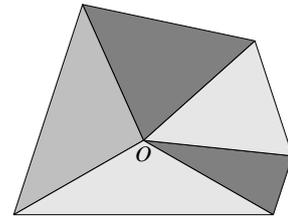
- (A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 1024000

22. Quantos números naturais são múltiplos de 2013 e têm exatamente 2013 divisores (incluindo o 1 e o próprio número)?

- (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 6 (E) Outro número

© Canguru Matemático. Todos os direitos reservados. Este material pode ser reproduzido apenas com autorização do Canguru Matemático®

23. Vários triângulos isósceles não sobrepostos têm o vértice O em comum. Cada triângulo partilha uma aresta com os triângulos adjacentes. O menor dos ângulos em O tem amplitude m° , onde m é um número inteiro positivo. Os outros triângulos têm ângulos em O de amplitudes $2m^\circ$, $3m^\circ$, $4m^\circ$ e assim sucessivamente. A figura mostra uma construção deste tipo com cinco triângulos. Qual é o menor valor de m de modo a que uma tal construção seja possível?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 8

24. O Júlio criou um processo de transformar um conjunto de três números num novo conjunto de três números: cada número é substituído pela soma dos outros dois. Por exemplo, $\{3, 4, 6\}$ é transformado em $\{10, 9, 7\}$. Quantas vezes tem o Júlio de aplicar este procedimento ao conjunto $\{1, 2, 3\}$ até obter pela primeira vez um conjunto contendo o número 2013?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) Mais do que 10
(E) 2013 nunca irá aparecer

25. Os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 são distribuídos pelos vértices de um decágono regular. Então, cada um dos números é adicionado aos dois números que com ele partilham uma aresta, obtendo-se assim dez novos números. Qual é o maior valor possível para o menor destes novos dez números?

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

26. Usando todos os números naturais de 1 a 22, inclusive, o Horácio quer formar onze frações (escolhendo um número para numerador e outro para denominador). Cada um dos números será usado exatamente uma vez. Qual será o maior número possível de frações que têm valor inteiro?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

27. Um polígono regular com 13 lados está inscrito numa circunferência de centro O . Com cada três vértices deste polígono pode construir-se um triângulo. Quantos triângulos construídos desta forma contêm o ponto O no seu interior?

- (A) 72 (B) 85 (C) 91 (D) 100 (E) Outro valor

28. Um carro partiu de um ponto S e deslocou-se numa estrada em linha reta a uma velocidade de 50 km/h. A cada hora que passa, outro carro parte de S , com velocidade que excede em 1 km/h a velocidade do carro que saiu de S uma hora antes. O último carro partiu de S (à velocidade 100 km/h) 50 horas depois do primeiro carro ter partido. Passadas 100 horas depois de ter saído de S o primeiro carro, a que velocidade se desloca o carro que vai à frente dos restantes?

- (A) 50 km/h (B) 66 km/h (C) 75 km/h (D) 84 km/h (E) 100 km/h

29. Um jardineiro quer plantar 100 árvores, carvalhos e tílias, ao longo de uma avenida. O número de árvores entre quaisquer dois carvalhos não pode ser igual a cinco. Qual é o maior número de carvalhos que o jardineiro poderá plantar?

- (A) 48 (B) 50 (C) 52 (D) 60 (E) 80

30. O Miguel viu um trator a puxar lentamente um tubo ao longo de uma estrada. O Miguel caminhou ao lado do tubo na mesma direção e sentido que o trator, tendo contado 140 passos para ir de uma extremidade à outra do tubo. Então ele inverteu o sentido e caminhou até à extremidade de onde partiu, tendo contado apenas 20 passos. O trator e o Miguel movimentaram-se a uma velocidade constante e cada passo do Miguel mede 1 metro de comprimento. Qual é o comprimento do tubo?

- (A) 30 m (B) 35 m (C) 40 m (D) 48 m (E) 80 m