Canguru Matemático sem Fronteiras 2012

http://www.mat.uc.pt/canguru/

Categoria: Cadete | Duração: 1h 30min

Destinatários: alunos do 9.º ano de escolaridade

Nome: ______________________________ Turma: __________

Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. Quatro barras de chocolate custam mais 6 € do que uma barra de chocolate. Quanto custa uma barra de chocolate?

(**A**) 1 € (**B**) 2 € (**C**) 3 € (**D**) 4 € (**E**) 5 €

2. $11{,}11 - 1{,}111 =$

(**A**) 9,009 (**B**) 9,0909 (**C**) 9,99 (**D**) 9,999 (**E**) 10

3. Um relógio é colocado sobre uma mesa com o mostrador voltado para cima, de modo a que o ponteiro dos minutos aponte na direção nordeste. Quantos minutos passam até que, pela primeira vez, o ponteiro dos minutos fique direcionado para noroeste?

(**A**) 45 min (**B**) 40 min (**C**) 30 min (**D**) 20 min (**E**) 15 min

4. A Maria tem cinco letras de cartão: O, F, S, H e M. Ela corta cada letra exatamente uma vez ao longo de uma linha reta. Qual é a letra que origina o maior número de pedaços de cartão?

(**A**) O (**B**) F (**C**) S (**D**) H (**E**) M

5. Um dragão tem cinco cabeças. Cada vez que uma cabeça é cortada, surgem cinco novas cabeças. Se forem cortadas, uma a uma, seis cabeças, com quantas cabeças fica o dragão?

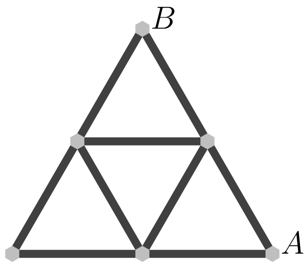
(**A**) 25 (**B**) 28 (**C**) 29 (**D**) 30 (**E**) 35

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

6. Em qual das seguintes expressões podemos substituir o número 8 por um outro número positivo (diferente de 8) e obter o mesmo resultado?

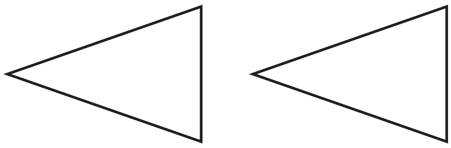
(**A**) $(8+8):8+8$ (**B**) $8\times(8+8):8$ (**C**) $8+8-8+8$
(**D**) $(8+8-8)\times 8$ (**E**) $(8+8-8):8$

7. Cada um dos nove passeios de um parque, cuja planificação está representada na figura, tem comprimento igual a 100 m. A Ana quer ir de A até B sem passar mais do que uma vez pelo mesmo passeio. Qual é o comprimento do percurso mais longo que ela pode escolher?



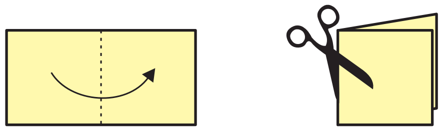
(**A**) 900 m (**B**) 800 m (**C**) 700 m (**D**) 600 m (**E**) 400 m

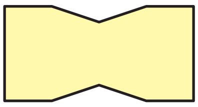
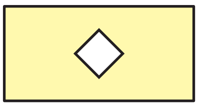
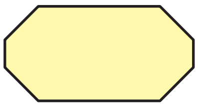
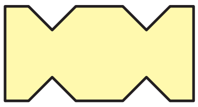
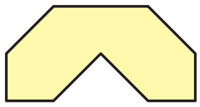
8. Considera os dois triângulos na figura ao lado. De quantas maneiras podemos escolher dois vértices, um em cada triângulo, de modo a que a linha reta definida por esses dois pontos só intersete os triângulos nos vértices escolhidos?



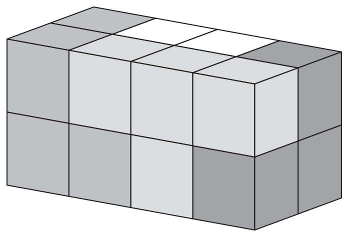
(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) Mais do que 4

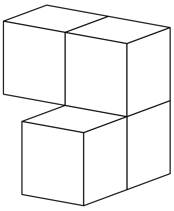
9. O Miguel dobrou uma folha de papel, como se pode ver na figura, e com uma tesoura fez dois cortes em linha reta. De seguida, abriu novamente a folha de papel. Qual das formas seguintes não pode ser obtida deste modo?

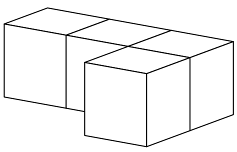


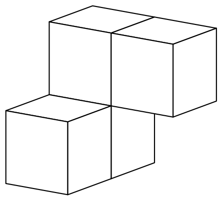
(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

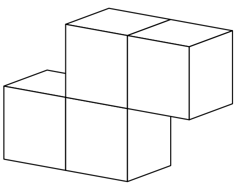
10. Um paralelepípedo é construído com 4 peças, como se mostra na figura. Cada uma dessas 4 peças foi construída colando, face com face, 4 cubos da mesma cor. Qual é a forma da peça branca?

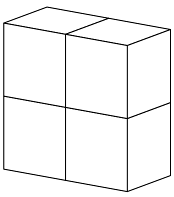



(**A**)


(**B**)


(**C**)


(**D**)

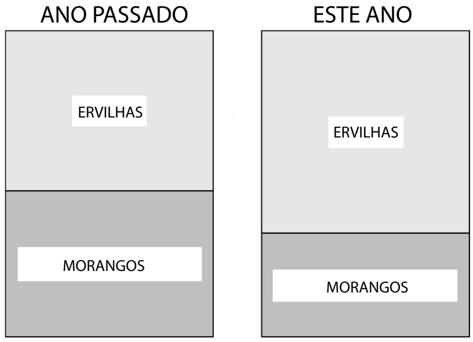

(**E**)

Problemas de 4 pontos

11. A Catarina construiu dois números de 4 algarismos usando os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 exatamente uma vez, de forma a que a soma dos dois números seja a menor possível. Qual é o menor valor possível para a soma?

(**A**) 2468 (**B**) 3333 (**C**) 3825 (**D**) 4734 (**E**) 6912

12. A D. Isabel cultiva ervilhas e morangos num terreno retangular. Este ano ela decidiu semear mais ervilhas e, por isso, aumentou 3 m a um dos lados da região retangular que tinha utilizado no ano passado, obtendo assim um quadrado. Como resultado desta mudança, a área da região com morangos foi reduzida em 15 m^2. Que área foi cultivada com ervilhas no ano passado?



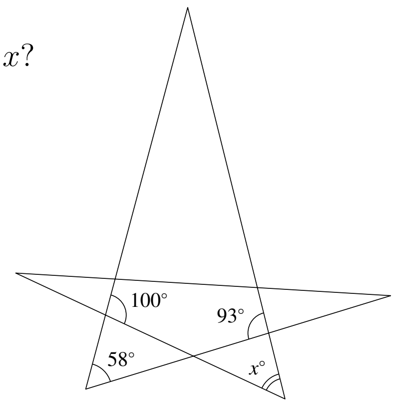
(**A**) 5 m^2 (**B**) 9 m^2 (**C**) 10 m^2 (**D**) 15 m^2 (**E**) 18 m^2

13. A Bárbara quer completar o diagrama inserindo três números, um em cada célula vazia. No diagrama, a soma dos três primeiros números tem de ser 100, a soma dos três números do meio tem de ser 200 e a soma dos três últimos números tem de ser 300. Que número deverá a Bárbara inserir na célula do meio?

10				130

(**A**) 50 (**B**) 60 (**C**) 70 (**D**) 75 (**E**) 100

14. Na figura, qual é o valor de x?

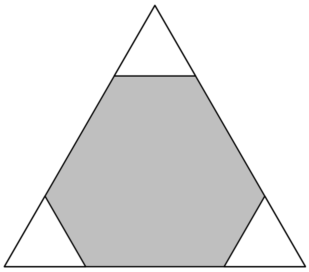


(**A**) 35 (**B**) 42 (**C**) 51 (**D**) 65 (**E**) 109

15. Temos quatro cartas, cada uma das quais tem um número numa face e uma frase na outra. As frases são: "divisível por 7", "primo", "ímpar"e "maior do que 100"e os números são: 2, 5, 7 e 12. Em cada carta, o número de uma face não corresponde à frase que está escrita na outra face. Qual é o número que está na carta que tem a frase "maior do que 100"?

(**A**) 2 (**B**) 5 (**C**) 7 (**D**) 12
(**E**) É impossível determinar

16. Cortaram-se três triângulos equiláteros geometricamente iguais a partir dos cantos de um triângulo equilátero maior com 6 cm de lado, como se pode ver na figura.



A soma dos perímetros dos três triângulos pequenos é igual ao perímetro do hexágono a cinzento. Qual é o comprimento do lado dos triângulos mais pequenos?

(**A**) 1 cm (**B**) 1,2 cm (**C**) 1,25 cm (**D**) 1,5 cm (**E**) 2 cm

17. Um queijo foi cortado em pedaços. Vieram alguns ratos e roubaram pedaços do queijo. O preguiçoso gato Zu viu e nada fez, mas observou que cada rato roubou um número diferente de pedaços, todos os ratos levaram menos de 10 bocados e nenhum rato roubou exatamente o dobro dos pedaços de outro rato. Qual é o maior número de ratos que o gato Zu pode ter visto a roubar queijo?

(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 8

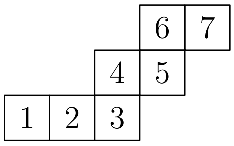
18. No aeroporto há uma passadeira rolante com 500 metros de comprimento, que se move a uma velocidade de 4 km/h. A Ana e o Bernardo entram na passadeira ao mesmo tempo, lado a lado. A Ana caminha na passadeira a uma velocidade de 6 km/h, enquanto o Bernardo se limita a ficar parado. Quando a Ana chega ao fim da passadeira, a que distância está o Bernardo dela?

(**A**) 100 m (**B**) 160 m (**C**) 200 m (**D**) 250 m (**E**) 300 m

19. Um quadrado mágico falante tem originalmente lados com 8 cm de comprimento. Se o quadrado diz a verdade, os seus lados encolhem 2 cm. Se ele mente, o seu perímetro duplica. O quadrado faz quatro declarações, duas falsas e duas verdadeiras, por uma certa ordem. Qual é o maior perímetro possível do quadrado após as quatro declarações?

(**A**) 28 cm (**B**) 80 cm (**C**) 88 cm (**D**) 112 cm (**E**) 120 cm

20. Um cubo é rodado sobre um plano girando em torno de uma das arestas. As posições ocupadas no plano foram as posições 1, 2, 3, 4, 5, 6, e 7 da figura, por essa mesma ordem. As duas posições que foram ocupadas pela mesma face do cubo são



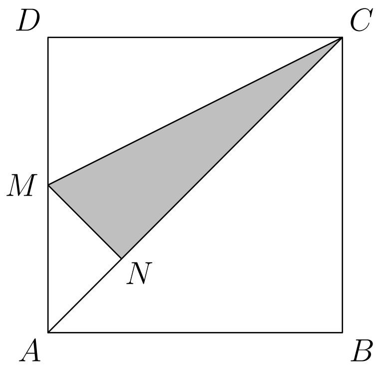
(**A**) 1 e 7 (**B**) 1 e 6 (**C**) 1 e 5 (**D**) 2 e 7 (**E**) 2 e 6

Problemas de 5 pontos

21. O Ricardo tem cinco cubos diferentes. Quando ele os coloca do menor para o maior, o módulo da diferença entre as alturas de quaisquer dois cubos vizinhos é de 2 centímetros. O cubo maior é tão alto como uma torre construída com os dois cubos mais pequenos. Qual será a altura de uma torre construída com os cinco cubos?

(**A**) 6 cm (**B**) 14 cm (**C**) 22 cm (**D**) 44 cm (**E**) 50 cm

22. Na figura, $[ABCD]$ é um quadrado, M é o ponto médio de $[AD]$ e $[MN]$ é perpendicular a $[AC]$.



Qual é a razão entre a área do triângulo $[MNC]$, a sombreado, e a área do quadrado $[ABCD]$?

(**A**) 1:6 (**B**) 1:5 (**C**) 7:36 (**D**) 3:16 (**E**) 7:40

23. O tango é dançado aos pares, cada um constituído por um homem e por uma mulher. Numa noite de dança estão presentes 50 pessoas no máximo. Num certo momento 3/4 dos homens estão a dançar com 4/5 das mulheres. Quantas pessoas estão a dançar naquele momento?

(**A**) 20 (**B**) 24 (**C**) 30 (**D**) 32 (**E**) 46

24. O David quer organizar os números naturais de 1 a 12 numa circunferência, de modo a que o módulo da diferença entre dois quaisquer números vizinhos seja igual a 2 ou a 3. Quais dos seguintes números têm de ser vizinhos?

(**A**) 5 e 8 (**B**) 3 e 5 (**C**) 7 e 9 (**D**) 6 e 8 (**E**) 4 e 6

25. Alguns números naturais de três algarismos têm a seguinte propriedade: se removermos o algarismo das centenas do número, obtém-se um quadrado perfeito; se removermos o algarismo das unidades, também se obtém um quadrado perfeito. Qual é a soma de todos os números naturais de três algarismos com esta propriedade?

(**A**) 1013 (**B**) 1177 (**C**) 1465 (**D**) 1993 (**E**) 2016

26. Um livro tem 30 histórias, cada uma a começar numa nova página e ocupando no máximo 30 páginas. A primeira história começa na primeira página e não há duas histórias que ocupem o mesmo número de páginas. Qual é o maior número de histórias que podem começar numa página ímpar?

(**A**) 15 (**B**) 18 (**C**) 20 (**D**) 21 (**E**) 23

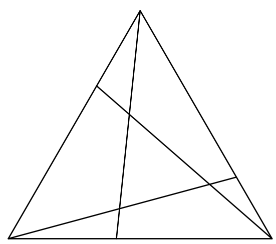
27. Um triângulo equilátero está numa determinada posição e é movido para novas posições por uma sequência de rotações em torno do seu centro. A primeira rotação tem amplitude de $3°$, a segunda tem amplitude de $9°$, a seguinte tem amplitude de $27°$, e assim sucessivamente (a n-ésima rotação tem amplitude de $(3^n)°$). Duas posições do triângulo são consideradas iguais se o triângulo ocupar a mesma região do plano. Quantas posições diferentes, incluindo a posição inicial, irá o triângulo ocupar?

(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 360

28. Uma linha é dobrada ao meio. De seguida, o que resulta é dobrado ao meio e volta-se a dobrar novamente ao meio o que se tinha obtido. Finalmente, a linha dobrada é cortada (segundo um corte perpendicular), dando origem a vários bocados. Os comprimentos de dois bocados são 4 m e 9 m. Qual das alternativas seguintes não poderia ter sido o comprimento da linha inicial?

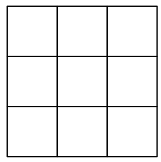
(**A**) 52 m (**B**) 68 m (**C**) 72 m (**D**) 88 m
(**E**) Todas as opções anteriores são possíveis

29. Um triângulo é dividido, por três segmentos de reta, em quatro triângulos e três quadriláteros, como indicado na figura. A soma dos perímetros dos três quadriláteros é igual a 25 cm. A soma dos perímetros dos quatro triângulos é igual a 20 cm. O perímetro do triângulo inicial é igual a 19 cm. Qual é a soma dos comprimentos dos três segmentos de reta iniciais?



(**A**) 11 cm (**B**) 12 cm (**C**) 13 cm (**D**) 15 cm (**E**) 16 cm

30. Cada uma das células da tabela da figura deve ser preenchida com um número positivo do seguinte modo: em cada linha e cada coluna, o produto dos três números tem de ser igual a 1; e em cada quadrado 2×2, o produto dos quatro números tem de ser igual a 2. Que número deve ser colocado na célula central?



(**A**) 16 (**B**) 8 (**C**) 4 (**D**) $\frac{1}{4}$ (**E**) $\frac{1}{8}$