



Canguru sem fronteiras 2006

Categoria: Júnior

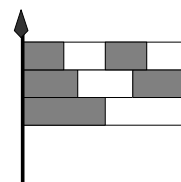
Duração: 1h15

Destinatários: alunos dos 10º e 11º anos de Escolaridade

Não podes usar calculadora. Há apenas uma resposta correcta em cada questão. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão errada, és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

- Qual dos números é que está no meio de 2006 e 6002?
A) 3998 B) 4000 C) 4002 D) 4004 E) 4006
- Quantos números de 4 algarismos (e com os 4 algarismos distintos) são divisíveis por 2006?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- Qual é o menor número de 10 algarismos que se consegue construir colocando os 6 números seguintes um após o outro: 309, 41, 5, 7, 68 e 2?
A) 1 234 567 890 B) 1 023 456 789 C) 3 097 568 241
D) 2 309 415 687 E) 2 309 415 678
- Quantas vezes consegue um relógio electrónico mostrar simultaneamente, entre as 00:00 e as 23:59, todos os quatro algarismos 2, 0, 0 e 6, em qualquer ordem?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- Uma bandeira está dividida em três filas de igual largura, e cada uma delas está dividida em duas, três e quatro partes iguais. Que fracção da área da bandeira está colorida a cinzento?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{9}$



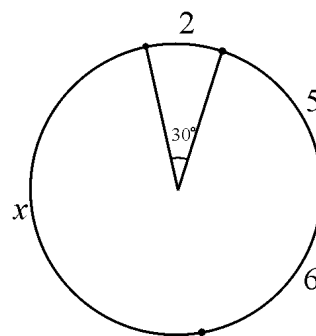
6. O relógio da minha avó adianta um minuto em cada hora. O relógio do meu avô atrasa meio minuto por hora. Quando saí de casa dos meus avós sincronizei os seus relógios e disse que voltaria assim que a diferença entre os relógios fosse, exactamente, uma hora. Quanto tempo demorei a voltar?

A) 12 horas B) 14 horas e meia C) 40 horas D) 60 horas E) 90 horas

7. O Pedro diz que 25% dos seus livros são romances e $1/9$ são de poesia. Sabendo que ele tem entre 50 e 100 livros, quantos livros tem ele?

A) 50 B) 56 C) 64 D) 72 E) 93

8. Uma circunferência está dividida em quatro arcos com medidas de comprimentos 2, 5, 6 e x . Encontra o valor de x , sabendo que o arco com medida de comprimento 2 faz um ângulo ao centro de amplitude 30° .



A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

9. Um pacote de pastilhas custa 10 cêntimos. Dentro de cada pacote está um talão. Com três talões consegues gratuitamente outro pacote de pastilhas. Quantos pacotes consegues obter com 150 cêntimos?

A) 15 B) 17 C) 20 D) 21 E) 22

10. Os números a , b , c , d e e são positivos e tais que $ab = 2$, $bc = 3$, $cd = 4$, $de = 5$. Qual é o valor de e/a ?

A) $15/8$ B) $5/6$ C) $3/2$ D) $4/5$ E) impossível de determinar.

Problemas de 4 pontos

11. O Sr. Alberto perguntou à D. Ágata qual a sua idade. A D. Ágata respondeu: “Se eu viver até aos cem anos, então a minha idade é quatro terços da metade do tempo que me resta”. Qual é a idade da D. Ágata?

A) 20 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80

12. O rectângulo da figura ao lado está dividido em 6 quadrados. O comprimento dos lados do menor quadrado é de 1 cm. Qual é o comprimento dos lados do maior dos quadrados?



A) 4 cm B) 5 cm C) 6 cm D) 7 cm E) 8 cm

13. Cada letra representa um algarismo diferente e cada algarismo uma letra diferente. Qual é o algarismo representado por G?

$$\begin{array}{r} \text{K A N} \\ + \text{K A G} \\ + \text{K N G} \\ \hline 2006 \end{array}$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. Enquanto a Ana está a resolver os problemas do “Canguru”, chega às seguintes conclusões, todas correctas:

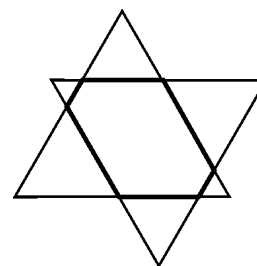
- 1) Se a resposta A for verdadeira, então a resposta B também é.
- 2) Se a resposta C for falsa, a resposta B também é falsa.
- 3) Se a resposta B for falsa, então nem a D nem a E são verdadeiras.

Qual é, afinal, a resposta verdadeira? (Recorda que qualquer problema no “Canguru” tem uma e apenas uma resposta correcta.)

- A) resposta A B) resposta B C) resposta C D) resposta D E) resposta E

15. Dois triângulos equiláteros idênticos, com perímetros de 18 cm, estão sobrepostos com os seus lados respectivos paralelos. Qual é o perímetro do hexágono resultante?

- A) 11 cm B) 12 cm C) 13 cm
D) 14 cm E) 15 cm



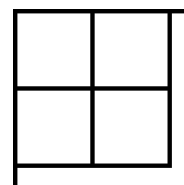
16. Se todo o par de algarismos consecutivos de um dado número for um quadrado perfeito, qual é o número máximo de algarismos esse número poderá ter?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 6 E) 10

17. Uma caixa contém 15 bolas, cada uma colorida com vermelho e azul (metade a vermelho e metade a azul), 12 bolas coloridas com azul e verde e 9 coloridas com verde e vermelho. Qual é o menor número de bolas que tens de escolher da caixa de modo a garantir que tens, pelo menos, sete bolas que partilham uma mesma cor?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

18. Um quadrado de área igual a 125 cm^2 foi dividido em 5 partes de igual área – quatro quadrados e uma figura em forma de L, de acordo com a figura. Encontra o comprimento do lado mais curto da imagem em forma de L.

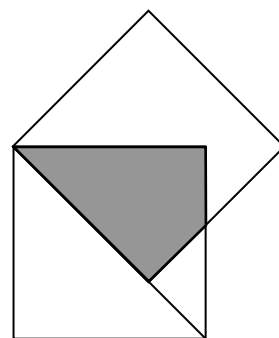


- A) 1 cm B) 1,2 cm C) $2(\sqrt{5} - 2)$ cm
D) $3(\sqrt{5} - 1)$ cm E) $5(\sqrt{5} - 2)$ cm

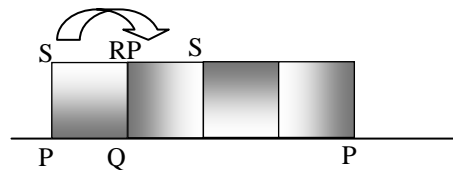
19. Se a soma de três números positivos é igual a 20, então o produto dos dois maiores desses números é
- A) sempre menor do que 99 B) sempre maior do que 0,001
- C) sempre diferente de 25 D) sempre diferente de 75
- E) nenhuma das hipóteses anteriores
20. Uma ilha mágica é habitada por cavaleiros (que dizem sempre a verdade) e por mentirosos (que mentem sempre). Um sábio encontrou duas pessoas da ilha, a pessoa A e a pessoa B, e decidiu que iria descobrir se eles eram cavaleiros ou mentirosos. Quando perguntou a A, “Ambos vós sois cavaleiros?” não ficou com a certeza das suas identidades. Quando perguntou a A, “Sois vós do mesmo género?”, só então conseguiu identificá-los. O que eram as pessoas?
- A) ambos mentirosos B) ambos cavaleiros C) A – cavaleiro, B – mentiroso
- D) B – cavaleiro, A – mentiroso E) impossível especificar.

Problemas de 5 pontos

21. Um comboio de mercadorias é constituído por uma locomotiva e cinco vagões: I, II, III, IV e V. De quantas maneiras é que o comboio pode ser composto de modo a que o vagão I esteja sempre mais próximo da locomotiva do que o vagão II?
- A) 120 B) 60 C) 48 D) 30 E) 10
22. Dois quadrados com lado unitário têm um vértice em comum e a aresta de um deles fica sobre a diagonal do outro. Qual é a área da região em que os dois quadrados se intersectam?
- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$ D) $\sqrt{2} + 1$ E) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$
23. A família Silva consiste no pai, na mãe e alguns filhos. A idade média da família é de 18 anos. Sem contar com o pai de 38 anos, a idade média da família diminui apenas para 14 anos. Quantos filhos tem a família Silva?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
24. Os números 1, 2 e 3 estão escritos numa circunferência. Se escrevermos, a seguir, a soma de cada par de números vizinhos, obtemos 6 números (1, 3, 2, 5, 3, 4). Esta operação é repetida mais 4 vezes, resultando em 96 números escritos na circunferência. Qual é a soma destes números?
- A) 486 B) 2187 C) 1458 D) 4374 E) 998.



25. Um quadrado $[PQRS]$, com lados de comprimento 10 cm, vai ser rodado, sem deslizos, ao longo de uma linha. No início, P e Q estão na linha e a primeira rotação é feita em torno do ponto Q , de acordo com o diagrama. Para-se de rolar quando P volta a tocar a linha. Qual é a medida do comprimento da curva que P descreveu?



- A) 10π
- B) $5\pi + 5\pi\sqrt{2}$
- C) $10\pi + 5\pi\sqrt{2}$
- D) $5\pi + 10\pi\sqrt{2}$
- E) $10\pi + 10\pi\sqrt{2}$

26. Cada face de um cubo está colorida com uma cor diferente, que foi escolhida de entre seis cores. Quantos cubos diferentes podem ser coloridos deste modo?

- A) 24
- B) 30
- C) 36
- D) 42
- E) 48

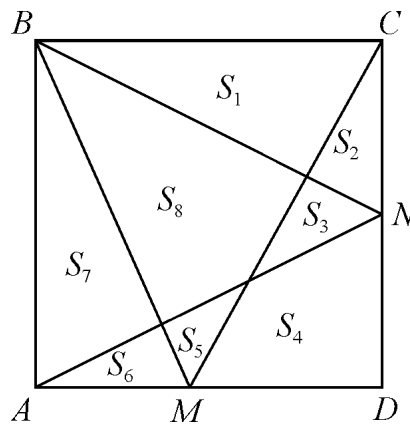
27. O número 257 tem 3 algarismos distintos, que podem dar origem a um número maior, o número 752, quando dispostos por ordem inversa. Quantos são os números de 3 algarismos com esta propriedade?

- A) 124
- B) 252
- C) 280
- D) 288
- E) 360

28. Y é definido como a soma dos algarismos de X , e Z é a soma dos algarismos de Y . Quantos números naturais X satisfazem $X + Y + Z = 60$?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) mais de 3.

29. Os pontos M e N são escolhidos arbitrariamente nos lados $[AD]$ e $[DC]$, respectivamente, de um quadrado $[ABCD]$. O quadrado fica dividido em oito partes, de áreas S_1, S_2, \dots, S_8 , tal como se pode ver na figura. Qual das seguintes expressões é sempre igual a S_8 ?



- A) $S_2 + S_4 + S_6$
- B) $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$
- C) $S_1 + S_4 + S_7$
- D) $S_2 + S_5 + S_7$
- E) $S_3 + S_4 + S_5$.

30. Supõe que o resultado final de um jogo de futebol é de 5 – 4, vencendo a equipa da casa. Se a equipa da casa marcou o primeiro golo e manteve a liderança até ao fim, de quantas maneiras diferentes poderiam os golos ter sido marcados?

- A) 17
- B) 13
- C) 20
- D) 14
- E) 9